



Concours d'entrée en première année

Programme Grande Ecole

Session du 02 Août 2023

EPREUVE DE RAISONNEMENT LOGIQUE ET MATHEMATIQUES

Nombre de pages de l'épreuve	4 pages (dont une de consignes)
Durée de l'épreuve	1h00

Cette épreuve est composée de trois parties.

- **Partie 1** : Raisonnement logique (cette partie comporte 2 exercices)
- **Partie 2** : Raisonnement mathématique (cette partie comporte 4 exercices)
- **Partie 3** : Problème mathématique (cette partie comporte 2 exercices)

Dans chaque exercice il y a quatre propositions de réponse, notées *a*, *b*, *c* et *d*. Pour chaque question, il y a une unique réponse juste. Le candidat doit choisir pour chaque question la réponse juste.

Barème de notation : La réponse juste est notée par 1 point et les réponses fausses sont notées par - 0,5 point ou 0 point.

L'utilisation du brouillon et d'une calculatrice est autorisée

Partie 1 : Raisonnement logique

Exercice 1 :

Parmi les élèves d'une classe :

- 16 étudient l'anglais,
- 13 étudient l'espagnol
- 13 étudient l'allemand
- 4 étudient l'anglais et l'espagnol
- 6 étudient l'espagnol et l'allemand
- 5 étudient l'anglais et l'allemand
- 3 étudient les trois langues

A partir de ces informations, on peut affirmer que :

- a) 26 élèves parlent l'anglais ou l'espagnol mais pas l'allemand
- b) 31 élèves parlent l'anglais ou l'allemand
- c) Au moins 19 élèves parlent l'allemand ou l'espagnol
- d) Cette classe a exactement 30 élèves.

Exercice 2 :

Dans un chantier de construction d'immeubles, on suspecte Françoise, Elie et Jacques d'avoir commis un vol. On a à leur sujet les informations suivantes :

- Si Jacques n'est pas coupable, alors Elie est coupable ;
- Si Françoise n'est pas coupable, alors Jacques est coupable ;
- Si Jacques est coupable, alors Françoise l'est aussi ;
- Si Françoise est coupable, alors Elie ne l'est pas. A partir de ces informations, on peut affirmer que :
 - a) Jacques est coupable
 - b) Seul Elie est coupable
 - c) Françoise et Elie sont coupables
 - d) Françoise n'est pas coupable.

Partie 2 : Raisonnement mathématique

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = 30\ln x + 10 - 10x$.

a) $D =]0; 1[\cup]1; +\infty[$

b) f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et pour tout x de $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{30-10x}{x^2}$

c) si a et b sont deux réels de l'intervalle $]0; 3]$ tels que $a < b$, alors $f(a) < f(b)$.

d) La primitive de f sur $]0; +\infty[$ qui s'annule en 1 est la fonction F définies sur $]0; +\infty[$ par : $F(x) = 5x(6\ln x - 3 - x) + 20$.

Exercice 4 :

Eliel et Asaph travaillent de façon régulière sur un projet dans une entreprise. Si Eliel réalise le projet tout seul cela lui prendra 4 h. Asaph son frère est capable de réaliser tout seul ce même projet en 6 h. Combien de temps leur faudrait-il pour réaliser ensemble ce projet :

- a) 5 h
- b) 2,4 h
- c) 2h 25 min
- d) 4h 30

Exercice 5 :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x - 2 + e^{-x}$.

- a) Au point d'abscisse 1, une équation de la tangente est $ey = (e - 1)(x - 2)$
- b) f est dérivable sur \mathbb{R} et pour tout x de \mathbb{R} , $f'(x) = \frac{1-e^x}{e^{-x}}$
- c) Si a et b sont deux réels de l'intervalle $]0; +\infty [$ tels que $a < b$, alors $f(a) > f(b)$.
- d) La primitive de f sur \mathbb{R} qui s'annule en 1 est la fonction F définies sur \mathbb{R} par :

$$f = \frac{1}{2}x^2 - 2x + e^{-x} + \frac{3}{2} - \frac{1}{e}$$

Exercice 6 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{e^{1-3x}}{1+e^{-3x}}$. Pour tout t réel non nul on pose $I(t) = \int_0^t f(x) d(x)$, puis on définit sur \mathbb{N}^* la suite (U_n) par $U_n = \int : f(x)e^{\frac{x}{n}} dx$. On a :

- a) La suite (U_n) est croissante
- b) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $un \leq 0$
- c) La suite (U_n) est divergente
- d) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $I(1) \leq U_n \leq e^{\frac{1}{n}}I(1)$

Partie 3 : Problème mathématique

Exercice 7 :

Une société vend des câbles métalliques. Ces câbles proviennent de deux fournisseurs F_1 et F_2 dans les proportions respectives de 30 % et 70 %. Dans les livraisons de F_1 figurent 20 % de câbles c_1 et 80 % de câbles c_2 ; dans celles de F_2 , figurent 60 % de câbles c_1 et 40 % de câbles c_2 . On choisit au hasard un câble dans les stocks de la société.

- a) La probabilité que le câble provienne du fournisseur F_2 est égale à 0,8.
- b) La probabilité que le câble soit de type c_2 et provienne du fournisseur F_2 est égale à 0,28.
- c) La probabilité que le câble soit de type c_1 sachant qu'il provient du fournisseur F_1 est égale à 0,4.
- d) La probabilité que le câble soit de type c_1 est égale à 0,6.

Exercice 8 :

En vue de faire électrifier les quartiers d'une ville par ENEO, un recensement fait en 2008 révèle que cela ne sera possible que si l'effectif de la population est doublé. Or l'effectif de cette population n'augmente que de 5% chaque année par rapport à l'année précédente. Asaph veut savoir à partir de quelle année ENEO pourra électrifier ces quartiers

En vue de faire électrifier les quartiers d'une ville par ENEO, un recensement fait en 2008 révèle que cela ne sera possible que si l'effectif de la population est doublé. Or l'effectif de cette population n'augmente que de 5% chaque année par rapport à l'année précédente. Asaph veut savoir à partir de quelle année ENEO pourra électrifier ces quartiers.

- a) Dans ce cas, ENEO pourra électrifier ces quartiers à partir de l'année 2021.
- b) Il sera impossible pour ENEO d'électrifier les quartiers de cette ville
- c) Dans ce cas, ENEO pourra électrifier ces quartiers à partir de 2023.
- d) Dans ce cas, ENEO pourra électrifier ces quartiers avant l'année 2022.