UNIVERSITÉ SAINT JEAN
SAINT JEAN SCHOOL OF MANAGEMENT

Corrigé Maths Concours du 11 juin 2022

SAINT JEAN SCHOOL OF MANAGEMENT

EPREUVE DE RAISONNEMENT LOGIQUE ET MATHEMATIQUES

Nombre de pages de l'épreuve	**5 pages (dont 1 de consignes)**
Durée de l'épreuve	**1h00**

Cette épreuve est composée de trois parties.

- Partie 1 : Raisonnement logique (cette partie comporte 3 exercices)
- Partie 2 : Raisonnement mathématique (cette partie comporte 4 exercices)
- Partie 3 : Problème mathématique (cette partie comporte 3 exercices)

Dans chaque exercice il y a quatre propositions de réponse notées a, b, c et d. Pour chaque question, on a une réponse juste. Le candidat doit choisir pour chaque question la réponse juste.
Barème de notation : La réponse juste est notée par 1 point et les réponses fausses sont notées par - 0,5 point ou 0 point.

<u>L'utilisation du brouillon et d'une calculatrice sont autorisés.</u>

<u>Partie 1</u> : Raisonnement logique

Exercice 1

Dans un Institut de Management bilingue de 2000 étudiants, les deux langues d'études sont le français et l'anglais : 1100 étudiants parlent au moins français ; 750 parlent au moins l'anglais ; 230 parlent à la fois le français et l'anglais. A partir de ces informations, on peut affirmer que :

a) 871 étudiants parlent le français mais pas l'anglais **0 pt**
b) 1850 étudiants parlent le français ou l'anglais **- 0,5 pt**
c) Tous les étudiants parlent le français ou l'anglais **- 0,5 pt**
d) 1620 étudiants parlent au moins l'une des deux langues **1 pt**

Exercice 2

A l'Institut Saint Jean School of Management, Marie-Claire donne les informations suivantes à son camarade : Après l'obtention de mon Master of Science Business Intelligence (MBI),

- Si je suis Data scientist, alors je ne suis pas Analyste des affaires et des risques ;
- Si je ne suis pas Data scientist, alors je suis Analyste des marchés, produits et ventes ;
- Je suis Analyste des affaires et des risques ou je suis Consultante en stratégie commerciale ;
- Je ne suis pas Analyste des marchés, produits et ventes.

A partir de ces informations, on peut affirmer que :

a) Marie-Claire est Data scientist **1 pt**
b) Marie-Claire est Analyste des affaires et des risques **- 0,5 pt**
c) Marie-Claire n'est pas Consultante en stratégie commerciale **0 pt**
d) Si Marie-Claire n'est pas Consultante en stratégie commerciale, alors elle est Data scientist. **0 pt**

Exercice 3

Sur les 800 salariés d'une entreprise,

- 300 sont des hommes
- 352 sont des cadres
- 424 sont mariés
- 188 sont des cadres de sexe masculin
- 166 sont des hommes mariés
- 208 sont des cadres mariés
- 144 sont des cadres mariés et de sexe masculin

A partir de ces informations, on peut affirmer que :

a) 486 sont des cadres ou de sexe masculin **- 0,5 pt**

b) Le nombre de femmes célibataires non cadres est égal à **142** **1 pt**
c) 338 femmes ne sont pas des cadres **- 0,5 pt**
d) 66 sont des cadres de sexe féminin et mariées **0 pt**

<u>Partie 2</u> : Raisonnement mathématique

Exercice 4

Soit f la fonction définie par : $f(x) = 30lnx + 10 - 10x$.

a) $D =]0;1[\cup]1;+\infty[$ **- 0,5 pt**
b) f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et pour tout x de $]0;+\infty[$, $f'(x) = \frac{30-10x}{x^2}$ **0 pt**
c) si a et b sont deux réels de l'intervalle $]0;3]$ tels que $a < b$, alors $f(a) < f(b)$. **1 pt**
d) La primitive de f sur $]0;+\infty[$ qui s'annule en 1 est la fonction F définies sur $]0;+\infty[$ par :

$F(x) = 5x(6lnx - 3 - x) + 20$,. **- 0,5 pt**

Exercice 5

Eliel et Asaph travaillent de façon régulière sur un projet dans une entreprise. Si Eliel réalise le projet tout seul cela lui prendra $4\ h$. Asaph son frère est capable de réaliser tout seul ce même projet en $6\ h$. Combien de temps leur faudrait-il pour réaliser ensemble ce projet :

a) $5\ h$ **- 0,5 pt**
b) $2{,}4\ h$ **1 pt**
c) $2h\ 25\ min$ **0 pt**
d) $4h\ 30$ **- 0,5 pt**

Exercice 6

Soit *f* une fonction définie et continue sur $\mathbb{R}$. On considère la fonction ϕ définie sur $\mathbb{R}$ par $\phi(x) = \int_{3x}^{x^2} f(t)dt$. ϕ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et l'on a :

a) $\phi'(x) = f(x^2) - f(3x)$; **- 0,5 pt**
b) $\phi'(x) = \frac{1}{2}xf(x^2) - \frac{1}{3}f(3x)$ **- 0,5 pt**
c) $\phi'(x) = 2xf(x^2) - 3f(3x)$ **1 pt**
d) $\phi'(x) = 3f(3x) - 2xf(x^2)$ **0 pt**

Exercice 7

Pour tout entier naturel *n*, on note f_n la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}_+$ par :

$f_n(0) = 0$ et $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$, $f_n(x) = x^n e^{-x}$. On considère la fonction F_n définie par :

$\forall x \in \mathbb{R}_+$, $F_n(x) = \int_0^x f_n(t)dt$.

a) Pour tout n de $\mathbb{N}^*$, et $\forall x \in \mathbb{R}_+$, on a : $F_n(x) = -x^n e^{-x} - nF_{n-1}(x)$; **0 pt**
b) Pour tout n de $\mathbb{N}^*$, et $\forall x \in \mathbb{R}_+$, on a : $F_n(x) = -x^{n+1} e^{-x} + nF_{n+1}(x)$; **- 0,5 pt**
c) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $\frac{F_n(1)}{n!} = \frac{-e^{-1}}{n!} + \frac{F_{n-1}(1)}{(n-1)!}$; **1 pt**

d) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $\frac{F_n(1)}{n!} = 1 + e^{-1}\left(\sum_{p=0}^{n+1} \frac{1}{p!}\right)$. **0 pt**

Partie 3 : Problème mathématique

Exercice 8

Une entreprise souhaite fabriquer une boîte parallélépipédique à base carrée de volume $128\ cm^3$ en utilisant pour le fond et le couvercle une matière qui revient à 40 francs le cm^2 et pour la surface latérale une matière qui revient à 20 francs le cm^2. On désigne par x le côté (en cm) de la base carrée de la boîte.

a) La hauteur de la boîte en fonction de x est égale à : $\frac{1280}{x^2}$ **- 0,5 pt**

b) Le prix de revient de la boîte est (en francs) égal à $80x^2 + \frac{1240}{x}$ **- 0,5 pt**

c) Pour que le prix de revient de la boîte soit minimal, x doit être égal à $4\ cm$. **1 pt**

d) Pour que le prix de revient de la boîte soit minimal, La hauteur de la boîte doit être égal à $80\ cm$. **0 pt**

Exercice 9

Dans une usine de cette entreprise, la fabrication d'une pièce nécessite son passage sur deux machines. On note M_1 l'événement « la première machine tombe en panne » et M_2 l'événement « la deuxième machine tombe en panne ». Une étude a permis d'estimer que la probabilité de M_1 est $0{,}004$ et celle de M_2 est $0{,}006$ et que lorsque M_1 est en panne, la probabilité pour que M_2 soit en panne est $0{,}5$.

a) La probabilité pour que les deux machines soient en panne est $0{,}000024$. **- 0.5 pt**

b) La probabilité pour que les deux machines soient en panne est $0{,}0002$. **0 pt**

c) La probabilité pour que M_1 tombe en panne lorsque M_2 est en panne est $0{,}033$. **0 pt**

d) La probabilité pour que M_1 tombe en panne lorsque M_2 est en panne est $\frac{1}{3}$. **1 pt**

Exercice 10

Une étude portant sur la dépense en matière première et la production de cette usine pendant 6 ans a permis de dresser le tableau suivant :

Dépense (x_i) (en millions de FCFA)	48	50	53	57	60	74
Production (y_i) (en millions de FCFA)	60	65	68	70	72	79

En supposant que la production de l'usine garde la même tendance et en utilisant la méthode de Mayer, le chef d'entreprise voudrait estimer la production de son usine pour une dépense en matière première de 82 millions de FCFA. Les résultats étant donnés sous forme de fractions irréductibles :

a) Le point moyen du nuage associé à cette série statistique est $G(57;\ 68)$. **- 0,5 pt**

b) Le point moyen du nuage associé à cette série statistique est $G\left(57;\ \frac{691}{10}\right)$. **0 pt**

c) Une équation de la droite d'ajustement de Mayer est : $y = \frac{7}{10}x + \frac{291}{10}$ **1 pt**

d) La production de son usine pour une dépense en matière première de 82 millions de FCFA est : 87 millions de FCFA **- 0,5 pt**