

Corrigé Concours du 23 avril 2022

SAINT JEAN SCHOOL OF MANAGEMENT

EPREUVE DE RAISONNEMENT LOGIQUE ET MATHÉMATIQUES

Nombre de pages de l'épreuve	4 pages
Durée de l'épreuve	1h00

Cette épreuve est composée de trois parties.

- Partie 1 : Raisonnement logique (cette partie comporte 3 exercices)
- Partie 2 : Raisonnement mathématique (cette partie comporte 4 exercices)
- Partie 3 : Problème mathématique (cette partie comporte 3 exercices)

Dans chaque exercice il y a quatre propositions de réponse notées a, b, c et d. Pour chaque question, on a une réponse juste. Le candidat doit choisir pour chaque question la réponse juste.

Barème de notation : La réponse juste est notée par 1 point et les réponses fausses sont notées par - 0,5 point ou 0 point.

L'utilisation du brouillon et d'une calculatrice sont autorisés.

Partie 1 : Raisonnement logique

Exercice 1

Parmi les élèves d'une classe :

- 16 étudient l'anglais,
- 13 étudient l'espagnol
- 13 étudient l'allemand
- 4 étudient l'anglais et l'espagnol
- 6 étudient l'espagnol et l'allemand
- 5 étudient l'anglais et l'allemand
- 3 étudient les trois langues

A partir de ces informations, on peut affirmer que :

- | | |
|--|----------|
| a) 26 élèves parlent l'anglais ou l'espagnol mais pas l'allemand | 0 pt |
| b) 31 élèves parlent l'anglais ou l'allemand | - 0,5 pt |
| c) Au moins 19 élèves parlent l'allemand ou l'espagnol | 0 pt |
| d) Cette classe a exactement 30 élèves. | 1 pt |

Exercice 2

A Saint Jean School of Management, Vanessa donne les informations suivantes à son camarade : Après l'obtention de mon Master of Science Marketing et ingénierie des affaires (MIA),

- Si je suis Ingénieur Commercial, alors je ne suis pas Responsable Supply chain ;
- Si je ne suis pas Ingénieur Commercial, alors je suis Directeur Marketing des Ventes et des Achats ;
- Je suis Responsable Supply chain ou je suis Ingénieur d'Affaires ;
- Je ne suis pas Directeur Marketing des Ventes et des Achats.

A partir de ces informations, on peut affirmer que :

- a) Marie-Claire n'est pas Ingénieur d'Affaires **0 pt**
- b) Marie-Claire est Responsable Supply chain **- 0,5 pt**
- c) Marie-Claire est Ingénieur Commercial **1 pt**
- d) Si Marie-Claire n'est pas Ingénieur d'Affaires, alors elle est Ingénieur Commercial. **0 pt**

Exercice 3

Le prix d'un ordinateur a augmenté de 20%. Le nombre d'ordinateurs vendus a diminué de 10%.

A partir de ces informations, on peut affirmer que :

- a) La recette a augmenté de 8 % **1 pt**
- b) La recette a diminué de 10% **- 0,5 pt**
- c) La recette a diminué de 8% **- 0,5 pt**
- d) La recette a augmenté de 10% **0 pt**

Partie 2 : Raisonnement mathématique

Exercice 4

On considère les fonctions f et g définies respectivement par : $f(x) = \ln x$ et $g(x) = x(1 + x^2)^3$.

- a) Une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse e est : $y = \frac{1}{e}x$. **1 pt**
- b) f' est dérivable sur $]0; +\infty[$ et pour tout x de $]0; +\infty[$, $f''(x) = \frac{1}{x^2}$ **0 pt**
- c) Une primitive de g sur \mathbb{R} est la fonction G définie sur \mathbb{R} par : $G(x) = \frac{1}{4}(1 + x^2)^4$ **- 0,5 pt**
- d) $\int_0^1 g(x)dx = \frac{19}{8}$ **0 pt**

Exercice 5

Soit f la fonction définie par : $f(x) = -x - \ln(x + 1)$.

- a) $D =]-1; 0[\cup]0; +\infty[$ est le domaine de définition de f **- 0,5 pt**
- b) f est dérivable sur $] -1; +\infty[$ et pour tout x de $] -1; +\infty[$, $f'(x) = -1 + \frac{1}{x+1}$ **0 pt**

c) f est strictement croissante sur $]0; +\infty[$. - 0,5 pt

d) La primitive de f sur $] -1; +\infty[$ qui s'annule en 0 est la fonction F définie sur $] -1; +\infty[$

par : $F(x) = -(x + 1)\ln(x + 1) - \frac{x^2}{2} + x,$. 1 pt

Exercice 6

Le 1^{er} janvier de l'année 2012, Sophie place dans une banque une somme S ; L'intérêt annuel dans cette banque est de 4 %. Les intérêts acquis au cours d'une année sont capitalisés ; A la même date Marie place dans la même banque un capital C . Mais ayant effectué quelques mouvements dans son compte, Marie constate que le 1^{er} janvier de l'année 2013 son capital a décré de 2 % tandis que le 1^{er} janvier de l'année 2014, son capital enregistre une hausse de 10 % par rapport au 1^{er} janvier de l'année 2013.

a) Si $S = 10000$ francs, le capital de Sophie aura doublé dans $\frac{\ln(0,5)}{\ln(1,04)}$ années. - 0,5 pt

b) Si $C = \frac{10816}{10780}S$, Marie et Sophie auront le même capital le 1^{er} janvier de l'année 2014. 1 pt

c) Si $S = 10000$ francs, le capital de Sophie aura doublé dans $\frac{\ln(2)}{\ln(1,004)}$ années. - 0,5 pt

d) Si $C = \frac{10816}{10780}S$, le capital de Marie dépassera le capital de Sophie le 1^{er} janvier de l'année 2014 0 pt

Exercice 7

Soit f une fonction définie par $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$. Pour tout entier naturel n strictement positif,

on définit la suite numérique (U_n) par : $U_n = \int_0^{\frac{n-1}{n}} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) dx$.

a)) f est dérivable sur $] -1; 1[$ et pour tout x de $] -1; 1[$, $f'(x) = \frac{2}{x^2-1}$ 0 pt

b) Le domaine de définition de f est $D_f =]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ - 0,5 pt

c) Pour tout entier naturel non nul, $U_n = \left(\frac{2n+1}{n}\right) \ln\left(\frac{2n+1}{n}\right) - \frac{\ln n}{n}$ 0 pt

d) Pour tout entier naturel non nul, $U_n = \left(\frac{2n-1}{n}\right) \ln\left(\frac{2n-1}{n}\right) - \frac{\ln n}{n}$. 1 pt

Partie 3 : Problème mathématique

Exercice 8

Un chef d'entreprise fait fabriquer chaque jour x vêtements, $x \in \mathbb{N}^*$.

On désigne par $g(x) = 30\ln x + 10 - 10x$ le bénéfice, en milliers de francs, réalisé pour la vente de x vêtements.

Le montant TTC d'une facture de vêtements s'élève à 272263,85 FCFA. On sait que le taux de la TVA est de 5,5 %.

a) La valeur du bénéfice maximal à un millier de francs près est 13. 1 pt

b) Le nombre de vêtements qu'il faut produire pour que le bénéfice soit maximal est 4. 0 pt

c) Le montant HT (hors taxe) de la facture de vêtements est égal à : 14974,51175. - 0,5 pt

d) La valeur du bénéfice maximal à un millier de francs près est 12. - 0,5 pt

Exercice 9

Une entreprise est spécialisée dans la fabrication en série d'un article ; un contrôle de qualité a montré que chaque article produit par l'entreprise pouvait présenter deux types de défaut : un défaut de soudure avec une probabilité égale à 0,03 et un défaut sur un composant électronique avec une probabilité égale à 0,02. Le contrôle a montré aussi que les deux défauts étaient indépendants. Un article est dit défectueux s'il présente au moins l'un des deux défauts. Une grande surface reçoit 800 articles de cette entreprise. On considère la variable aléatoire X qui à cet ensemble de 800 articles associe le nombre d'articles défectueux.

- a) La probabilité qu'un article fabriqué par cette entreprise soit défectueux est égale à 0,0006. **- 0,5 pt**
- b) La probabilité qu'un article fabriqué par cette entreprise soit défectueux est égale à 0,0494. **1 pt**
- c) Sur les 800 articles commandés, il y aura une moyenne de 38 articles défectueux. **0 pt**
- d) L'espérance mathématique de X est égale à 38,52. **0 pt**

Exercice 10

Cette entreprise a mis au point un nouveau produit et cherche à en fixer le prix de vente. Une enquête est réalisée auprès des clients potentiels ; les résultats sont donnés dans le tableau suivant, où y_i représente le nombre d'exemplaires du produit que les clients sont disposés à acheter si le prix de vente, exprimés en milliers de francs, est x_i .

x_i	60	80	100	120	140	160	180	200
y_i	952	805	630	522	510	324	205	84

En supposant que l'évolution du nombre d'exemplaires du produit à acheter garde la même tendance et en utilisant la méthode de Mayer, le chef d'entreprise voudrait estimer le nombre d'exemplaires du produit à acheter pour un prix de vente égal 215 000 francs. Les résultats étant donnés sous forme de fractions irréductibles :

- a) Le point moyen du nuage associé à cette série statistique est $G(104; 403)$. **- 0,5 pt**
- b) Le point moyen du nuage associé à cette série statistique est $G\left(104; \frac{4034}{10}\right)$. **0 pt**
- c) Une équation de la droite d'ajustement de Mayer est : $y = \frac{-893}{160}x + \frac{19673}{16}$ **1 pt**
- d) le nombre d'exemplaires du produit à acheter pour un prix de vente égal 215 000 francs. est estimé à : 32 **- 0,5 pt**