UNIVERSITÉ SAINT JEAN
Saint Jean School of Management

2ème CONCOURS OFFICIEL DU SAMEDI 17 JUIN 2023

EPREUVE DE RAISONNEMENT LOGIQUE ET MATHEMATIQUES

Nombre de pages de l'épreuve	**4 pages (dont une de consignes)**
Durée de l'épreuve	**1h00**

Cette épreuve est composée de trois parties.

- **Partie 1** : Raisonnement logique (cette partie comporte 2 exercices)
- **Partie 2** : Raisonnement mathématique (cette partie comporte 4 exercices)
- **Partie 3** : Problème mathématique (cette partie comporte 2 exercices)

Dans chaque exercice, il y a quatre propositions de réponse, notée *a*, *b*, *c* et *d*. Pour chaque question, il y a exactement une réponse juste. Le candidat doit choisir pour chaque question la réponse juste.

Barème de notation : La réponse juste est notée par 1 point et les réponses fausses sont notées par - 0,5 point ou 0 point.

<u>L'utilisation du brouillon et d'une calculatrice est autorisée</u>

<u>Partie 1</u> : Raisonnement logique

Exercice 1 :

La jeune Andréas ne voulait pas épouser un riche homme d'affaire qu'elle jugeait trop âgé pour elle, car il avait trois fois son âge. Son père lui demande alors : « Mais si au lieu du triple, il avait le double seulement ? », « Alors j'accepterais » répondit l'imprudente Andréas qui dut épouser ce même homme d'affaire lorsque celui-ci eut ses 64 ans.

a) Lors de la demande en mariage, Andréas avait 16 ans.
b) Lors de la demande en mariage, Andréas avait 18 ans.
c) Lors de la demande en mariage, Andréas avait 32 ans.
d) Aucune des réponses a), b), c) n'est juste.

Exercice 2 :

Le professeur d'une classe de terminale demande à 4 élèves, Alain, Fabrice, Mylène et Annie de donner chacun la négation de la proposition suivante : « Tous les habitants de la ville qui ont une plantation de cacao gagneront une voiture et prendront au moins un seau de chocolat ». Quelle est la bonne réponse ?

a) **Alain** : « Tous les habitants de la ville qui n'ont pas une plantation de cacao ne gagnerons pas une voiture et un seau de chocolat ».
b) **Fabrice** : « il existe un habitant de la ville qui a une plantation de cacao, qui ne gagnera pas une voiture et ne prendra pas de seau de chocolat ».
c) **Mylène** : « il existe un habitant de la ville qui a une plantation de cacao, qui ne gagnera pas une voiture ou prendra plus d'un seau de chocolat ».
d) **Annie** : « il existe un habitant de la ville qui a une plantation de cacao, qui ne gagnera pas une voiture ou ne prendra pas de seau de chocolat ».

<u>Partie 2</u> : Raisonnement mathématique

Exercice 3 :

On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(ln\,(x) - 2)$ et $g(x) = ln(x) + x - 3$.

a) La fonction f est dérivable sur $[0;\ +\infty[$.
b) La limite de $f(x)$ lorsque x tend vers 0 à droite est $-\infty$.
c) f est dérivable sur $]0;\ +\infty[$ et pour tout $x \in]0;\ +\infty[$, $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$.
d) La courbe (C_f) de f coupe l'axe des abscisses en exactement deux points.

Exercice 4 :

Une classe de 36 élèves âgés de 16, 17 ou 18 ans comprend 22 garçons dont 18 âgés de 17 ans et 3 âgés de 18 ans. On dénombre d'autre part 6 filles âgées de 18 ans et une seule de 16 ans. La moyenne d'âge de l'ensemble des élèves de cette classe est de :

a) 17,5 ans environ.
b) 17,6 ans environ.
c) 17,2 ans environ.
d) 17 ans.

Exercice 5 :

On considère l'intégrale suivante $I_n = \int_0^x t^n e^{-t} dt$ où x est un réel strictement positif et n un entier naturel non nul.

a) Pour tout entier naturel non nul n, on a : $I_n = -x^n e^{-x} - nI_{n+1}$.
b) Pour tout entier naturel non nul n : $I_{n+1} = -x^{n+1}e^{-x} + (n+1)I_n$.
c) Pour tout entier naturel non nul n, : $I_{n+1} = -x^{n+1}e^{-x} - (n+1)I_n$.
d) Pour tout entier naturel non nul n, on a : $I_n = -x^n e^{-x} + nI_{n-1} + 1$.

Exercice 6 :

L'algorithme ci-dessous permet de calculer le terme u_n d'une suite (u_n) définie sur l'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels.

a) $u_0 = 5$.
b) Pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}5u_n + 5$.
c) $u_4 = -6{,}25$.
d) La suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - \frac{10}{3}$ est géométrique. *1 pt*

<u>**Variables**</u> : n et i des entiers, u un réel

<u>**Début de l'algorithme**</u>

- Affecter à u la valeur 50
- Pour i allant de 1 à n
  Affecter à u la valeur $-0{,}5u + 5$
- Fin Pour
- Afficher la valeur de u.

<u>**Fin de l'algorithme.**</u>

Partie 3 : **Problème mathématique**

Exercice 7 :

Une entreprise utilise des machines de type M constituées de deux éléments E_1 et E_2. La défectuosité d'un seul des deux éléments E_1 et E_2 suffit à mettre la machine hors service et on exclut toute autre éventualité de panne. On considère les évènements suivants : A : « l'élément E_1 tombe en panne » et B : « l'élément E_2 tombe en panne ». On suppose que A et B sont deux évènements indépendants, de probabilités respectives $P(A) = 0{,}08$ et $P(B) = 0{,}05$. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre d'éléments hors service.

a) La probabilité que la machine soit en panne est égale à 0,122.
b) La probabilité que les deux éléments soient simultanément hors service est égale à 0,13.
c) La probabilité qu'un seul des deux éléments soit hors service est égale à 0,12.
d) L'espérance mathématique de X est égale à 0,13.

Exercice 8 :

Une entreprise loue une machine-outil. Le tarif de location est dégressif : 2 000 francs pour le 1er jour ; 1 500 francs pour le 2e jour ; … Et pour le $x^{\text{ième}}$ jour, l'entreprise donne $f(x) = 1\,000\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ francs. On désigne par $\bar{x}$ le coût moyen de location par jour pour une location d'une durée de 10 jours et par M la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0{,}5; 10{,}5]$.

a) M diffère de $\bar{x}$ de moins de 1%.
b) La valeur moyenne de $f(x)$ sur *n* jours augmente lorsque *n* augmente.
c) M diffère de $\bar{x}$ de plus de 1%.
d) $\bar{x}$ diffère de M de plus de 1%.